CURSO CIENTÍFICO – HUMANÍSTICO DE LÍNGUAS E HUMANIDADES

Planificação anual de Matemática Aplicada às Ciências Sociais - 11.º ano

ANO LETIVO 2025/2026

Turmas: G e H

Professor: Henrique Repolho

1 - Estrutura e Finalidades da disciplina

A disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais constitui-se como disciplina bienal da formação específica, com uma carga letiva de três aulas semanais de 90 minutos. Constituem finalidades da disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais: "desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real; desenvolver o raciocínio e o pensamento científico, desenvolver a capacidade de comunicar e transmitir a informação organizada e desenvolver as capacidades de utilização das novas tecnologias: calculadoras gráficas, computadores e internet."

2- Planificação

As medidas de recuperação e consolidação das aprendizagens, com vista à promoção do sucesso educativo serão implementadas e distribuídas ao longo do ano letivo, sempre que sejam conteúdos fundamentais para as Aprendizagens Essenciais do 11.º ano ou relevantes no âmbito do Exame Nacional.

As Aprendizagens Essenciais, o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, e a Estratégia Nacional de Educação para a Cidadania constituem-se como referenciais curriculares das várias dimensões do desenvolvimento curricular, incluindo a avaliação externa. Estas poderão ser consultadas no sítio da Direção Geral da Educação:
https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario

"O Perfil dos Alunos aponta para uma educação escolar em que os alunos desta geração global constroem e sedimentam uma cultura científica e artística de base humanista. Para tal, mobilizam valores e competências que lhes permitem intervir na vida e na história dos indivíduos e das sociedades, tomar decisões livres e fundamentadas sobre questões naturais, sociais e éticas, e dispor de uma capacidade de participação cívica, ativa, consciente e responsável".

A planificação seguinte foi aprovada pelo Grupo de Recrutamento de Matemática em 17 de setembro de 2025.

Ideias - Chave	Áreas de Competências do perfil dos alunos (ACPA)
1. Resolução de problemas, modelação e conexões	**A** Linguagens e textos
2. Raciocínio e lógica matemática	**B** Informação e comunicação
3. Recurso sistemático à tecnologia	**C** Raciocínio e resolução de problemas
4. Tarefas e recursos educativos	**D** Pensamento crítico e pensamento criativo
5. História da Matemática	**E** Relacionamento interpessoal
6. Práticas enriquecedoras e criatividade	**F** Desenvolvimento pessoal e autonomia
7. Organização do trabalho dos alunos	**G** Bem-estar, saúde e ambiente
8. Comunicação matemática	**H** Sensibilidade estética e artística
9. Avaliação para a aprendizagem	**I** Saber científico, técnico e tecnológico
	J Consciência e domínio do corpo

Descritores do Perfil dos Alunos	
. Conhecedor/ sabedor/ culto/ informado (A, B, G, I, J)	. Sistematizador/ organizador (A, B, C, I, J)
. Criativo (A, C, D, J)	. Questionador (A, F, G, I, J)
. Crítico/Analítico (A, B, C, D, G)	. Comunicador (A, B, D, E, H)
. Indagador/ Investigador (C, D, F, H, I)	. Autoavaliador (transversal às áreas)
. Respeitador da diferença/ do outro (A, B, E, F, H)	. Participativo/ colaborador (B, C, D, E, F)
	. Responsável/ autónomo (C, D, E, F, G, I, J)
	. Cuidador de si e do outro (B, E, F, G)

Operacionalização das Aprendizagens Essenciais
No 11.° ano as Aprendizagens Essenciais de MACS preconizam o aprofundamento do estudo de modelos matemáticos que permitem descrever e analisar a realidade, nomeadamente modelos de grafos e modelos populacionais. É ainda proposto uma ampliação do pensamento estatístico pela abordagem de modelos de probabilidade em casos discretos e contínuos e de uma introdução à inferência estatística.

Período	Temas/Tópicos e Subtópicos / Objetivos de aprendizagem	N.º de aulas (45 min.)
1.º Período 15/09 a 16/12 (74 tempos)	**Modelos de grafos e populacionais – Modelos populacionais** Familiarizar os estudantes com a diversidade de modelos de crescimento populacional, entre os quais o linear, exponencial, logarítmico e logístico.	12
	Modelos de grafos e populacionais – Crescimentos linear, exponencial, logarítmico e logístico Comparar os crescimentos linear, exponencial, logarítmico e logístico. Selecionar o modelo adequado a um fenómeno considerando os dados disponíveis e a previsível variação em função do tempo. Compreender as limitações da adequação de modelos teóricos a situações reais.	15
	Modelos de grafos e populacionais – Introdução aos grafos Desenvolver competências para identificar o essencial de uma determinada situação de modo a desenhar esquemas apropriados para modelar problemas de logística. Familiarizar os estudantes com as noções de vértice, de aresta, laço, vértice isolado e vértices adjacentes de um grafo. Indicar a ordem de um grafo e o grau de um vértice. Identificar caminho e circuito	5
	Modelos de grafos e populacionais – Grafos de Euler Conhecer as condições para um grafo admitir um circuito de Euler. Conhecer e aplicar o Teorema de Euler. Identificar as condições para um grafo admitir um caminho euleriano. Reconhecer as condições para eulerizar um grafo.	10
	Modelos de grafos e populacionais – Grafos de Hamilton Definir e caracterizar um circuito de Hamilton. Identificar as condições para um grafo admitir um circuito hamiltoniano. Para cada modelo, procurar esquemas combinatórios (árvores) que permitam calcular pesos totais de caminhos possíveis. Encontrar algoritmos – decisões passo a passo para encontrar soluções. Discutir sobre a utilidade e viabilidade económica (e não só) da procura de soluções ótimas.	11

Período	Temas/Tópicos e Subtópicos / Objetivos de aprendizagem	N.º de aulas (45 min.)
	Modelos de grafos e populacionais – Aprofundamento do estudo dos modelos de grafos ou populacionais com trabalho de projeto (*)	12
	Aplicar e aprofundar conceitos e processos associados aos modelos de grafos ou populacionais a num problema contextualizado, desenvolvendo competências de representação e comunicação matemática. Desenvolver hábitos de pesquisa. Interpretar de forma crítica informação, modelos e processos. Conhecer, aplicar e criar modelos de grafos ou populacionais, tirando partido da tecnologia. **(*) Este subtópico pode ser substituído por tópico idêntico noutros temas do 11.º ano.**	
	Avaliação	11

Período	Temas/Tópicos e Subtópicos / Objetivos de aprendizagem	N.º de aulas (45 min.)
2.º Período **05/01 a 27/03** (68 tempos)	**Probabilidade – Fenómeno aleatório**	6
	Distinguir entre fenómeno aleatório e não aleatório (determinístico). Compreender que as realizações individuais de um fenómeno aleatório são incertas, mas existe um padrão genérico de comportamento, recorrendo-se à Teoria da Probabilidade para construir modelos matemáticos que descrevam a regularidade estatística observada numa longa série de repetições do fenómeno. • **Experiência aleatória** Compreender que: À realização de um fenómeno aleatório se dá o nome de experiência aleatória; • **Espaço de resultados ou espaço amostral** Compreender que: À realização de um fenómeno aleatório se dá o nome de experiência aleatória; Ao conjunto S de resultados possíveis se dá o nome de espaço de resultados ou espaço amostral; • **Modelo de probabilidade. Acontecimentos** Um acontecimento é um subconjunto do espaço de resultados e que a estes resultados se dá o nome de “resultados favoráveis” à realização do acontecimento;	

Período	Temas/Tópicos e Subtópicos / Objetivos de aprendizagem	N.º de aulas (45 min.)
	A descrição do fenómeno aleatório é feita através de um modelo de probabilidade, constituído pelos resultados possíveis e a probabilidade atribuída a cada resultado. • **União e interseção de acontecimentos** Relembrar os conceitos: acontecimento certo, impossível, elementar e composto; acontecimentos disjuntos ou mutuamente exclusivos; acontecimentos contrários ou complementares; união e interseção de acontecimentos.	
	Probabilidade – Probabilidade	
	• **Probabilidade frequencista** Compreender que a caraterística do fenómeno aleatório permite definir, intuitivamente, a probabilidade de um acontecimento A, representada por P(A), como sendo o valor para o qual estabiliza a frequência relativa da realização de A, num grande número de repetições da experiência aleatória, nas mesmas condições, ou seja, P(A). • **Regras da probabilidade** é o valor em que estabiliza $\frac{n_A}{n}$, onde n representa o número de vezes que se realizou A em repetições da experiência aleatória. Reconhecer que as probabilidades associadas aos acontecimentos elementares têm de ser números entre 0 e 1 e que a soma total deve ser 1. • **Probabilidade da união de acontecimentos** Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento é igual à soma das probabilidades dos acontecimentos elementares constituídos pelos resultados que o compõem. • **Regra de Laplace** Utilizar a representação dos acontecimentos em diagramas de Venn, para mostrar que, dados dois acontecimentos A e B quaisquer, $\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$. Reconhecer que se admite que os acontecimentos elementares são equiprováveis quando não haja à partida razão para admitir que os resultados do espaço de resultados não tenham igual possibilidade de se verificarem. Compreender que quando se puder admitir que os acontecimentos elementares são equiparáveis, se pode utilizar a regra de Laplace para determinar a probabilidade de um acontecimento A, com o seguinte enunciado: $$\boldsymbol{Probabilidade\ de\ A = \frac{Número\ de\ resultados\ favoráveis\ a\ A}{Número\ de\ resultados\ possíveis}}$$	**16**

<table>
<tr><th>Período</th><th>Temas/Tópicos e Subtópicos / Objetivos de aprendizagem</th><th>N.º de aulas (45 min.)</th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>Probabilidade – Probabilidade condicionada</td><td rowspan="2">12</td></tr>
<tr><td>
Definição
Saber que a probabilidade de um acontecimento A se realizar, condicionada ou sabendo que o acontecimento B se realizou, com $P(B) > 0$, se representa por $P(A|B)$ e se calcula de acordo com a seguinte fórmula: $\boldsymbol{P(A|B)} = \frac{\boldsymbol{P(A \cap B)}}{\boldsymbol{P(B)}}$
Regra do produto
Reconhecer que a partir da definição de probabilidade condicionada se pode definir a probabilidade simultânea de dois acontecimentos, chamada regra do produto, $\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A).P(B|A)}$ ou $\boldsymbol{P(A \cap B) = P(B).P(A|B)}$ conforme seja A ou B o acontecimento que está a condicionar.
Árvore de probabilidade
Reconhecer a utilidade de árvores de probabilidade para organizar a informação disponível sobre os acontecimentos em cadeia.
Tabelas de contingência
Reconhecer a utilidade das tabelas de contingência para calcular a probabilidade condicionada.
Acontecimentos independentes
Identificar que os acontecimentos A e B, com $\boldsymbol{P(A) > 0}$ e $\boldsymbol{P(B) > 0}$, são independentes quando a ocorrência de um deles não altera a probabilidade da ocorrência do outro, ou seja, $\boldsymbol{P(A|B) = P(A)}$ (A independente de B) ou

$\boldsymbol{P(B|A) = P(A) \times P(B)}$ (B independente de A).

Reconhecer que outra definição de independência consiste em dizer que os acontecimentos A e B são independentes se e só se $\boldsymbol{P(B \cap A) = P(A) \times P(B)}$. As duas definições de independência são equivalentes desde que se exija que $\boldsymbol{P(A) > 0}$ e $\boldsymbol{P(B) > 0}$.
</td></tr>
<tr><td>Probabilidade – Modelos de probabilidade em espaços finitos</td><td rowspan="2">12</td></tr>
<tr><td>
Variáveis aleatórias (discretas)
Reconhecer que se podem associar números aos resultados de um fenómeno aleatório, através de uma função denominada variável aleatória (v.a.) e que construir um modelo de probabilidade para modelar um fenómeno aleatório, com espaço de resultados finito, é equivalente a construir a função massa de probabilidade (f.m.p.) da variável aleatória associada.
</td></tr>
</table>

Período	Temas/Tópicos e Subtópicos / Objetivos de aprendizagem	N.º de aulas (45 min.)
	Probabilidade – Modelos de probabilidade em espaços finitos	
	Identificar a população com a variável aleatória associada e reconhecer que construir a f.m.p. é obter um modelo para a população. Reconhecer que a f.m.p. permite calcular a probabilidade de acontecimentos, relacionados com a realização do fenómeno modelado. • **Valor médio e desvio padrão populacional** Reconhecer que dois dos parâmetros, características numéricas da população, mais importantes são o valor médio (média populacional) e o desvio padrão populacional, e saber que estes parâmetros se representam pelas letras gregas μ (miu) e σ (sigma), respetivamente. Compreender o paralelismo entre valor médio μ e a média $\bar{x}$ e também, de modo idêntico, para o desvio padrão populacional σ e desvio-padrão (amostral) s, e outras medidas calculadas para a população e para a amostra. Calcular o valor médio e o desvio-padrão populacional de uma variável aleatória de suporte finito, a partir da f.m.p.	
	Probabilidade – Modelos Normal	12
	• **Propriedades** Reconhecer o modelo ou distribuição Normal, de suporte contínuo, como um dos modelos de probabilidade mais importantes para a modelação de fenómenos aleatórios. Identificar que as curvas que representam esta família de modelos são simétricas, com o aspeto de um sino, e que cada distribuição Normal fica definida através dos parâmetros valor médio μ e desvio-padrão σ. Saber que o valor médio determina o eixo de simetria da distribuição e que a distância entre o valor médio e as abcissas dos pontos de mudança de curvatura é igual ao desvio padrão. Calcular probabilidades com base nesta família de modelos.	
	Avaliação	**10**

<table>
<tr><th>Período</th><th>Temas/Tópicos e Subtópicos / Objetivos de aprendizagem</th><th>N.º de aulas (45 min.)</th></tr>
<tr><td rowspan="4">3.º Período
13/04 a 05/06
(50 tempos)</td><td>Introdução à inferência estatística – Introdução à inferência estatística</td><td rowspan="2">12</td></tr>
<tr><td>Raciocínio indutivo ou inferencial
Compreender que o raciocínio indutivo ou inferencial se utiliza quando se pretende estudar uma população, analisando só alguns elementos dessa população, ou seja uma amostra, e que a partir das propriedades verificadas na amostra, se inferem propriedades para a população.
Parâmetro ou estatística
Conhecer que parâmetro é uma caraterística numérica da população e que estatística é uma caraterística numérica da amostra.

Compreender que um dos objetivos pretendidos ao recolher uma amostra da população, que se pretende estudar, é tirar conclusões sobre os parâmetros dessa população, considerando-se funções adequadas, estatísticas, que só dependem dos elementos da amostra.
Estimador e estimativa
Saber que à estatística utilizada para estimar um parâmetro também se dá o nome de estimador e que ao valor do estimador para uma determinada amostra também se chama estimativa.
Amostras aleatórias
Compreender que é necessário recolher uma amostra aleatória, quando se pretende utilizá-la para retirar conclusões para a população subjacente, pois só assim será possível utilizar a probabilidade para quantificar o erro cometido ao inferir para a população, os resultados aí verificados.

Compreender que os processos de seleção da amostra podem ser sem reposição ou com reposição.

Compreender que o processo da seleção da amostra é o primeiro passo importante para uma inferência estatística eficiente.</td></tr>
<tr><td>Introdução à inferência estatística – Distribuição de amostragem de uma estatística</td><td rowspan="2">16</td></tr>
<tr><td>Compreender que para averiguar da eficácia de um estimador para estimar um parâmetro, é necessário conhecer a sua distribuição de amostragem, ou seja, a distribuição dos valores obtidos pelo estimador, quando se consideram todas as amostras possíveis (da mesma dimensão), utilizando um determinado esquema de amostragem.

Compreender que a distribuição de amostragem de um estimador depende da dimensão das amostras consideradas e apresentará tanto menor variabilidade, quanto maior for a dimensão das amostras.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Período</th><th>Temas/Tópicos e Subtópicos / Objetivos de aprendizagem</th><th>N.º de aulas (45 min.)</th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>

- **Distribuição de amostragem da média**
- **Teorema do Limite Central (TLC)**

Compreender a utilização do Teorema Limite Central (TLC) na obtenção da distribuição de amostragem da média, quando se consideram amostras aleatórias de dimensão suficientemente grande, legitimando a utilização do modelo Normal e a utilização da média como estimador do valor médio μ.

- **Estimativas pontuais**

Reconhecer as limitações das estimativas pontuais, na medida em que, devido à variabilidade amostral, podem apresentar tantos valores diferentes quantas as amostras utilizadas para as obter.
</td><td></td></tr>
<tr><td>

Introdução à inferência estatística – Intervalos de confiança
</td><td rowspan="2">14</td></tr>
<tr><td>

- **Intervalo de confiança, para o valor médio, com uma confiança de 95%**

Utilizar o modelo Normal como aproximação da distribuição de amostragem do estimador média, para estimar o valor médio μ, desconhecido, de uma população com desvio-padrão σ, para obter a seguinte probabilidade

$$P\left(\bar{X} - 1{,}96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1{,}96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0{,}95$$

e chamar ao intervalo $\left[\bar{x} - 1{,}96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x} + 1{,}96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ um intervalo de 95% de confiança para μ, em que se substitui o parâmetro σ, quando desconhecido, pelo desvio-padrão amostral s.

- **Intervalo de confiança, para o valor médio, com outros níveis de confiança: 90% e 99%**

Adaptar o intervalo de confiança anterior para os níveis de confiança de 90% e 99%, substituindo 1,96 respetivamente pelos valores 1,645 e 2,576.

- **Margem de erro**

Saber que a margem de erro é igual a metade da amplitude do intervalo de confiança.

- **Intervalo de confiança, para a proporção (populacional) *p***

Reconhecer que a proporção (populacional) p, é um caso particular do valor médio de uma população constituída por uns e zeros, conforme a caraterística que se está a estudar está ou não presente na população e que o estimador que se utiliza é a proporção amostral, que se representa por $\hat{P}$.

Saber fazer uma leitura adequada da informação veiculada pela comunicação social quando apresentam resultados de sondagens, na forma de intervalos de confiança.
</td></tr>
<tr><td>Avaliação</td><td>8</td></tr>
</table>